

古典微分幾何の原理

森本 徹

関孝和数学研究所・岡数学研究所

幾何には外在的幾何と内在的幾何の区別がある。幾何構造の同値問題はその双方において、基本的な問題の一つである。これは、与えられた二つの幾何構造が同値であるか否かを判定することであり、またそのために幾何構造の不変量の完全系を求めることである。まず形式的、解析的あるいは局所 C^∞ -カテゴリーで考える。

講演者は最近、外在的幾何について、Boris Doubrov, 待田芳徳氏との共同研究、内在的幾何について Jaehyun Hong 氏との共同研究を通じて、内在的幾何と外在的幾何を貫く極めて単純な原理に達した。この講演では、特に内在的幾何について話をしたい。

幾何構造の同値問題を初めて一般的に提起したのは Lie であった。20 世紀初頭 Cartan は無限次元リー変換群の研究の中で同値問題に対する極めて強力な方法を創出した。動標構の束の方法と呼ばれるものである。Cartan の考えはその後多くの人たちによって発展させられた。特に、倉西、Spenser, Singer-Sternberg-Guillemin. 田中、及び講演者らにより内在的幾何の同値問題はほぼ満足のいく理論を得た。

一方外在的幾何については 背足豊の注目すべき仕事があったが、講演者は内在的幾何を背景に、前述の共同研究を通じて、背足の結果を外在的幾何の統一的な理論に発展させた。また同時に内在的幾何と外在的幾何の構造的相似性を浮き彫りにした。

このフィードバックを受け、また複素幾何への応用の必要性から、Hong 氏と内在的幾何について再考した。意外にも、扉を開く鍵がすぐ足元に見つかり、内在的幾何のより深くより統一的な理解に達した。また複素幾何などさまざまな幾何への応用の道も開けた。

[1] B,Doubrov, Y,Machida and T,Morimoto, Evtrinsic geometry and linear differential equations, SIGMA17(2021)061,60pages.

[2]J,Hong and T,Morimoto, Prolongation,invariants and fundamental identities of geometric structures, Pre print.